

Title	圧力波の水中伝播に関する一研究：(その1)物理モデルの検討
Author(s)	標, 宣男
Citation	聖学院大学論叢, 3: 137-149
URL	http://serve.seigakuin-univ.ac.jp/reps/modules/xoonips/detail.php?item_id=780
Rights	

聖学院学術情報発信システム：SERVE

SEigakuin Repository for academic archiVE

圧力波の水中伝播に関する一研究

— (その1) 物理モデルの検討 —

標 宣 男

A Study of Pressure Wave Propagation in a Water Pool

Part I: Formulation of a Physical Model

Nobuo SHIMEGI

A pressure wave existing in an actual water system is accompanied by complicated physical processes consisting of pressure generation, its propagation and reflection on wall surfaces. In addition, noncondensable gas such as air has an important influence on the attenuation of the high frequency component of the pressure wave in water, even if the amount contained is very small. In this paper, a physical model was developed on the basis of acoustic approximation, analyzing the pressure wave propagation in a water pool surrounded by flexible and rigid walls. The study was focused especially on the mathematical formulation of wave attenuation models and the numerical comparison between these models, one of which is assigned to the effect of air as noncondensable gas.

1. 緒 言

気体中もしくは液体中に発生した圧力波の伝播現象は流体力学の一分野として理論的には研究しつくされたものである。しかし、人工的環境にしる、自然的環境にしる具体的に経験される圧力波伝播現象にこの理論を適用した場合、必ずしも十分にその現象を説明できるとは限らない。なぜならそこには単純な圧力波伝播だけでは無い様々な要素が含まれているからである。例えば、本論文で取扱う蒸気凝縮に伴う高圧力の発生と、その伝播現象を正確に理解するためには、圧力源として考えられる蒸気凝縮現象、水を入れる容器の応答（いわゆる FSI, Fluid-Solid Interaction）、さらに発生圧力の伝播の過程における減衰のメカニズム等を考慮しなければならない。

本論文は、このような観点より日本原子力研究所で行なわれた蒸気凝縮に伴う圧力波の発生と伝播現象に関する実験⁽¹⁾を解析し、この現象を支配する物理的諸要素について検討したものである。

Key words; Pressure Wave Propagation, Acoustic Wave Model, Wave Attenuation, Water Pool, Noncondensable Gas

この現象および実験についての説明は実験解析に直接先立った箇所において詳しく述べるが概略は次のとおりである。

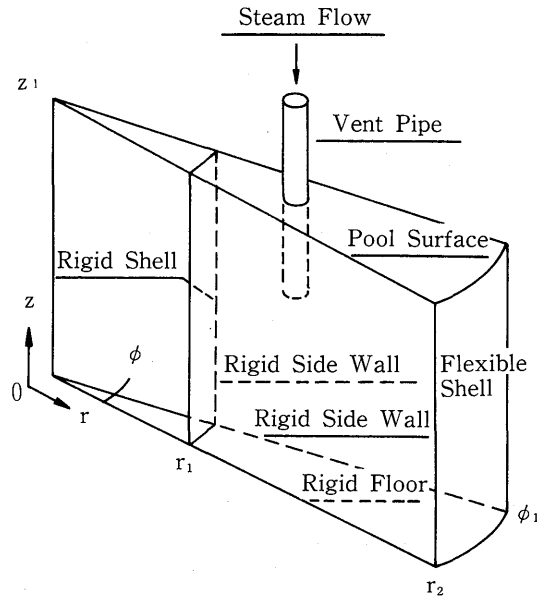


図1 実験体系(水プール形状)

図1に示すような扇形の水プールがある。このプール中に中空の管(ベント管)を通し蒸気を急速に送りこむと、管の出口に蒸気泡が生ずる。図1ではベント管は1本であるが実際には多数本ある。この蒸気泡がある大きさに膨張すると周囲の冷水のため凝縮し気泡はつぶれる。この際大きな圧力が発生し、プール内および水の半ば逆流したベント管内を伝わる。プール側からみれば、この初期の大圧力発生とそれがベント管を伝播し、圧力一定とみなせず上部のベント管入口において反射し戻って来ることにより生ずるベント管出口での圧力変動が、プール内を伝播する圧力波の発生源となる。実験体系は図1に示したような形状をしているが、プールの境界の内、小さい扇の弧の部分と、半径にそったプールを挟む2つの壁の部分および底は固定壁(rigid wall)とみなせ、圧力波による変形は考えなくとも良い。しかし、大きい弧の部分は可動壁(flexible shell)と考えられ、その弾性振動を圧力波伝播解析上考慮する必要がある。実験によるとこのような蒸気泡の膨張と凝縮による高圧力の発生は2~3秒間隔で繰返され、その間圧力波は水中伝播と、周囲の壁面での反射とを繰返しつつ次第に減衰する。

この実験の解析はこれまでもいくたびか試みられ、その結果は参考文献(2)~(4)に述べられている。これらいずれの解析においても、①線型の圧力波の伝播モデル(音響モデル acoustic wave model)が用いられている。②可動壁の弾性応答の効果(FSI効果)が考慮されている。③ベント管出口での蒸気の凝縮のメカニズムは特にモデル化されず、発生圧力の形状を三角波により近似し

解析条件として与えている。ただしベント管内の圧力波伝播のメカニズムはモデル化され、この効果を取入れた圧力波源モデルを採用している。④いずれの解析においても伝播中における圧力波の高周波成分の減衰の原因については検討されていない。

本研究は以上先行の諸研究に対し、特に④の部分に注目し、その物理モデル化と実験解析によるモデルの検証を行ったものである。①～③については先行のこれらの研究と同じ方法を用いた。ただし、本研究では②のFSIについて、先行のいずれの研究よりその効果について解析的に明確に示した。

本研究は“その(1)”(本論文)と、聖学院論叢4に掲載予定の“その(2)”に分かれる。“その(1)”では、実験解析に用いる物理モデルを定式化し、その中で前記の圧力波の減衰モデルを検討する。“その(2)”において、この定式化した物理モデルを用い、日本原子力研究所の実験を解析する。特にモデル上その値が未知のパラメータについて検討し、解析により妥当な値を推定する。

本論文の構成を以下に示す。まず第2章において圧力波の伝播解析に必要な物理モデルを示す。この中にはベント管内の圧力波伝播モデル、圧力発生源についての考え方、プール内の圧力伝播モデル等が含まれる。又プール中の圧力波伝播モデルに対しては、時間領域と周波数領域の両方の表現を示した。第3章では本論文の結論を述べた。

なお論文中の使用記号は一部は本文中に他は論文末に一括して示した。

2. 物理モデルの検討

2.1 圧力発生源とベント管内の圧力波伝播について

緒言で述べたように、ベント管の出口における凝縮現象については特別な物理モデルを用いることはしない。その代わり、これによる発生圧力波形を三角波によって近似する。この近似法の当否については参考文献(3)および(5)において論じられ、ほぼ妥当な結果を得ている。ベント管出口において気泡が崩壊した後、プール内の水は一部ベント管内に侵入する。ベント管出口において発生した圧力は、この水柱とその上部の蒸気柱を通る。圧力波の伝播特性はこの水柱の長さにも影響される。しかしながら侵入した水の長さはベント管の全長に比して短いのが普通であり、参考文献(2)によれば、全長15mのベント管に対し水柱の長さは1.5m程度である。それ故この水柱の長さの影響は小さいと考えられる。さらにベント管への逆流による水柱の侵入速度、すなわち気液界面の速度は同文献によれば2m/sec程度であり、蒸気中の音速500m/secに比して小さく、圧力波の伝播および反射の過程において水柱は定常状態にあるとして取扱って良い。

蒸気柱中の圧力波の伝播は次の一次元の流動方程式により記述できる。

質量保存式

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_g u)}{\partial x} = 0 \quad (2.1.1)$$

ここでベント管内の蒸気流を等エントロピー流とし音速 $C_g = \sqrt{\left(\frac{dP_V}{d\rho_g}\right)_s}$ を用いると (2.1.1) 式は次式のようになる。

$$\frac{\partial P_V}{\partial t} + u \frac{\partial P_V}{\partial x} + \rho_g C_g^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.1.2)$$

運動量保存式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\xi}{2d} u |u| = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial P_V}{\partial x} \quad (2.1.3)$$

以上 (2.1.2) 式と (2.1.3) 式がベント管内の圧力波伝播に対し解くべき式となる。これらを解くための初期条件と境界条件を次のように与える。

ベント管入口

ベント管外は蒸気を満した一定圧力の空間 (ドライウェル) に接している。又ベント管入口にオリフィスモデルを適用し、断熱近似を仮定して入口における圧力損失を次式で求める^{(2), (5)}。

$$W = \zeta A_V \left(\frac{P^*}{P_D}\right)^{1/\kappa} \sqrt{\frac{2\kappa P_D}{(\kappa-1)v} \left\{1 - \left(\frac{P^*}{P}\right)^{(\kappa-1)/\kappa}\right\}} \quad (2.1.4)$$

この式と次式を用いると流入速度 u^* を求めることができる。

$$W = \frac{u^* A_V}{v} \quad (2.1.5)$$

ベント管出口

ベント管出口では、水蒸気が凝縮する。この凝縮の過程は前にことわったようにモデル化しないが、それによる発生圧力を初期変動圧力として三角波によって与える。次にベント管出口付近において、水蒸気が液面に接するその時、液相の流速は十分小さいと考えられるのでベント管出口において速度 $u = 0$ としても良い。さらに本来ある水柱をも前記の理由により無視する。

以上のモデルを用い計算されたベント管出口圧力振動 $P_V(t)$ 、すなわち初期の三角波とその後のベント管内を伝播し反射し帰って来た圧力振動の和が、次節で述べるプール内伝播圧力波の源となる。

2.2 プール内での圧力波伝播モデル

2.2.1 波動方程式の導出

プール内圧力波の伝播を解析するためにここでは音響モデルを用いる。音響モデルを表わす非定常等エントロピーモデルは次式で記述される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.2.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \cdot \mathbf{u} \right) = -\nabla P - k_1 \mathbf{u} \quad (2.2.2)$$

ここで k_1 は減衰係数であるが、これに対する考察は次節で述べる。又、圧力波の伝播において \mathbf{u} は微小変動分と考えられるので (2.2.1) (2.2.2) 式における対流項は無視でき、又 $\rho = \rho_0 + \rho'$ (ρ' は定常密度 ρ_0 からの変動分) とおき、 $\rho' \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ を微小項とし無視すれば、上記の2式は次のように書きかえられる。

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.2.3)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla P - \rho_0 k_1 \mathbf{u} \quad (2.2.4)$$

ここで圧力を次の (2.2.5) 式のように表わした場合の波動方程式を導びく、右辺第2項までの式は Lighthill⁽⁶⁾ が述べている。

$$P - P_0 = C^2 (\rho' - \rho_0) + k_2 \frac{\partial \rho}{\partial t} + k_3 \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \quad (2.2.5)$$

なお k_2 , k_3 の意味については次節で述べる。

(2.2.5) 式を t で微分して

$$\frac{\partial P}{\partial t} = C^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} + k_2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + k_3 \left(\frac{\partial^3 \rho}{\partial t^3} \right) \quad (2.2.6)$$

(2.2.4) より $\rho_0 \rightarrow \rho$ として

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \nabla P + k_1 \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.2.7)$$

(2.2.3) を (2.2.7) に代入して $\nabla \cdot \mathbf{u}$ の項を消去する。

$$-\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \nabla^2 P + k_1 \left(-\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.2.8)$$

(2.2.6) と (2.2.8) 式より $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$, $\left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \right)$, $\left(\frac{\partial^3 \rho}{\partial t^3} \right)$ の項を消去すると

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + k_1 \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) - k_2 \nabla^2 \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) - k_3 \nabla^2 \left(\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right) - C^2 \nabla^2 P = 0 \quad (2.2.9)$$

又は

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + k_1 \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) - k_2 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 P) - k_3 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^2 P) - C^2 \nabla^2 P = 0 \quad (2.2.10)$$

ここで (2.2.10) 式が本研究において考察の対象となる式である。

2.2.2 圧力減衰項についての考察

(2.2.10) 式における第 2, 3, 4 の各項の物理的意味を検討する。

(1) 第 2 項 $k_1 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$ について

水中には通常ごくわずかであるが空気が混在している。特に前記の日本原子力研究所の実験の場合、その初期段階において蒸気と空気の混合気体がプール内に注入されたことから水中に空気が混入し、非凝縮性ガスとしてふるまうことが十分考えられる。この非凝縮性ガスの効果とはこのガスの膨張（又圧縮）による温度変化と周囲の水への熱伝達により、圧力波のエネルギーが減少することである。これを thermal dumping⁽⁸⁾ という。

今プール中の気泡を考え、これと周囲の水とのエネルギーの交換を考える。

気泡の体積 V_g とし熱の流出量 q とすると、内部エネルギーの変化は

$$\frac{dU_g}{dt} + q + P \frac{dV_g}{dt} = 0 \quad (2.2.11)$$

気泡のガス質量を M_g とすると (2.2.11) 式は、

$$-\frac{P}{\rho_g^2} \frac{d\rho_g}{dt} + \frac{q}{M_g} + \frac{de_g}{dt} = 0 \quad (2.2.12)$$

ここで単位質量あたりの内部エネルギー e_g は熱力学的諸関係から

$$\frac{de_g}{dt} = \left(\frac{C_P}{\beta \rho C^2} \right)_g \frac{dP}{dt} + \left(\frac{P}{\rho_g} - \frac{C_P}{\beta \rho_g} \right) \frac{d\rho_g}{dt} \quad (2.2.13)$$

(2.2.13) 式を (2.2.12) 式に代入すると

$$\frac{d\rho_g}{dt} = \left(\frac{\beta \rho}{C_P} \right)_g \frac{q}{M_g} + \frac{1}{C_g^2} \frac{dP}{dt} \quad (2.2.14)$$

気泡周囲の水についても q の方向が異なるのみで

$$\frac{d\rho_l}{dt} = - \left(\frac{\beta \rho}{C_P} \right)_l \frac{q}{M_l} + \frac{1}{C_l^2} \frac{dP}{dt} \quad (2.2.15)$$

ここで 2 相流体の密度 ρ をクオリティー x を用い次のように表わす。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{x}{\rho_g} + \frac{1-x}{\rho_l} \quad (2.2.16)$$

(2.2.14) (2.2.15), (2.2.16) 式および非凝縮性ガスの仮定 ($dx/dt=0$) を用い $\frac{d\rho_g}{dt}$, $\frac{d\rho_l}{dt}$ を消去すると、

$$\frac{dP}{dt} + C^2 F \frac{q}{M} + \rho C^2 \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.2.17)$$

を得る。ここで C は 2 相音速であり

$$C^2 = \left[x \left(\frac{\rho}{\rho_g C_g} \right)^2 + (1-x) \left(\frac{\rho}{\rho_l C_l} \right)^2 \right]^{-1} \quad (2.2.18)$$

で与えられる。次に (2.2.4) 式 (ただし, $k_1=0$ として) を用い, かつ

$$q = HA (T_g - T_l) = \frac{HA}{R \rho_g} (P_g - P_\infty) \quad (2.2.19)$$

$$P_\infty = \frac{T_l}{R \rho_g} \quad (\text{定義}) \quad (2.2.20)$$

を用いると最終的に

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + D \frac{\partial P}{\partial t} - C^2 \nabla^2 P = 0 \quad (2.2.21)$$

を得る。すなわち, (2.2.8) 式と比べると D は R_1 と同じ意味を持つことになる。

$$\text{ここで } k_1 = D = C^2 F H A / M R \rho_g$$

$$\equiv C_l^2 \left(\frac{C}{C_l} \right)^2 \frac{k-1}{k} \frac{3 x H}{P_0 r_0 R} \left(\frac{\rho}{\rho_g} \right)^2 \quad (2.2.22)$$

$$F = \left(\frac{\rho}{\rho_g} \right) \left(\frac{\beta \rho}{C_P} \right)_g - \left(\frac{\rho}{\rho_l} \right)^2 \left(\frac{\beta \rho}{C_P} \right)_l \quad (2.2.23)$$

(2.2.22) において減衰係数 D は気泡半径 r_0 , 熱伝達係数 H , および蒸気クオリティ x に (Hx/r_0) の形で依存している。

(2) 第 3 項 $k_2 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 P)$ について

Lighthill は (2.2.5) の右辺第 2 項のような形で書くことができる減衰効果として, 粘性によるもの, 水中の熱伝導によるもの, 水分子の熱力学的平衡状態に達するまでの時間遅れによるものの 3 種を考えた。この内の最後のものは本論文のような場合には無視しても良いと考えられる。残る 2 種の内, 水中の熱伝導とは, 圧力波による水の圧縮と温度上昇により引きおこされる周囲への熱伝導であるが, このような熱的効果は(1)の気泡の圧縮にともなう熱伝達に比し小さいと考えられる。そこでここでは, 水の粘性による減衰効果のみを考える。

実際粘性による応力を含んだ運動の式は対流項を無視すると

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla P - [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}]$$

$$\boldsymbol{\tau} = -\mu [\{ \nabla \mathbf{u} \} + \{ \nabla \mathbf{u} \}] + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \boldsymbol{\delta} \quad (2.2.24)$$

これまでと同様に (2.2.3) 式より

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.2.25)$$

この両式より u を消去して整理すると

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \frac{4}{3} \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) - C^2 \nabla^2 P = 0 \quad (2.2.26)$$

となる。(2.2.9) 式と (2.2.26) 式の $\nabla^2 \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)$ へかかる係数を比較すると

$$k_2 = \frac{4}{3} \frac{\mu}{\rho} \quad (2.2.27)$$

となる。すなわち、 k_2 は水の粘性による減衰項に対応するものである。

(3) 第4項 $k_3 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^2 P)$ について

L. V. Wijngaarden は液相中の気泡の膨張、圧縮、振動による圧力波の減衰について考察した⁽⁸⁾。それによると、膨張、圧縮、振動により減衰をうける圧力波の方程式は

$$\frac{\partial P}{\partial t} - C_0^2 \nabla^2 P - \frac{R_0^2 C_0^2 \rho}{3 P_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^2 P) = 0 \quad (2.2.28)$$

によって表わされる。すなわち (2.2.28) と (2.2.10) との比較により

$$k_3 = \frac{R_0^2 C_0^2 \rho}{3 P_0} \quad (2.2.29)$$

であることが判る。

2.2.3 圧力発生源および境界条件について

プール内の圧力波の発生源は蒸気泡の凝縮にある。この効果を湧点の強さ $m(t)$ を用い近似することとする⁽³⁾。すなわち蒸気泡の凝縮はベント管出口でおこるが、これを単位時間あたり $\rho \cdot m(t)$ の物質の湧出しにより表わすわけである。これを用いると、(2.2.10) は次のように書ける。

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + k_1 \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) - k_2 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 P) - k_3 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^2 P) - C^2 \nabla^2 P = -f(\mathbf{r}, t) C^2 \quad (2.2.30)$$

$$f(\mathbf{r}, t) = -4 \pi \rho \frac{dm(t)}{dt} \frac{\delta(r-r_i) \delta(\phi-\phi_i) \delta(z-z_i)}{r} \quad (2.2.31)$$

ここで r_i , ϕ_i , z_i は円筒座標における湧点の位置である。次にベント管出口での圧力変動 $P_V(t)$ と $m(t)$ との関係は次式により与えられる。

$$P_V(t) = \frac{\rho}{4 \pi R_0} \frac{dm(t)}{dt} \quad (2.2.32)$$

(2.2.32) 式において $P_V(t)$ を与えると $\frac{dm(t)}{dt}$ が得られる。 $P_V(t)$ は2.1節で与えられるベント管出口圧力を用いる。

境界条件は図1に示したように、 $r=r_1$ の位置の壁、 $\phi=0$ および $\phi=\phi_1$ の位置の側壁は、固定壁であり、 $r=r_2$ の壁は弾性変形をすると考える。又底 $z=0$ は固定壁である。上面 $z=z_1$ は水

面であり自由表面である。これらを式に書くと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 r=r_1 \text{ において } \frac{\partial P}{\partial r} &= 0 \\
 r=r_2 \quad \text{ " } \quad \frac{\partial P}{\partial r} &= -\rho_w \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \\
 \phi=0, \quad \phi=\phi_1 \text{ において } \frac{\partial P}{\partial \phi} &= 0 \\
 z=0 \text{ において } \frac{\partial P}{\partial z} &= 0 \\
 z=z_1 \text{ において } P &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.33)$$

2.3 波動方程式の周波数領域における検討

参考文献(1)の実験において測定されている圧力は時間領域のみならず周波数領域においても得られている。この内、凝縮に伴う圧力発生のような激しい振動を伴う現象には周波数領域での取扱いが便利である。本研究において特に注目している減衰特性の検討にも周波数領域の使用が適している。ただし、ベント管内の圧力伝播のみは実時間で解析しその結果、得られるベント管出口の圧力変動を周波数領域に変換しプール内圧力伝播の圧力源とする。

(1) 減衰項の数値的検討

(2.2.30) 式を周波数変換すると次式が得られる。

$$-\omega^2 P_\omega + i\omega k_1 P_\omega - i\omega k_2 \nabla^2 P_\omega + \omega^2 k_3 \nabla^2 P_\omega - C^2 \nabla^2 P_\omega = -F_\omega(\mathbf{r}) \cdot C^2 \quad (2.3.1)$$

(2.3.1) 式を整理する。

$$\left\{ 1 - \frac{\omega^2 k_3}{C^2} + \frac{i\omega k_2}{C^2} \right\} \nabla^2 P_\omega + \frac{\omega^2 - i\omega k_1}{C^2} P_\omega = F_\omega(\mathbf{r}) \quad (2.3.2)$$

(2.3.2) において左辺第2項の $(\omega^2 - i\omega k_1)/C^2$ は ω が十分小さければ $i\omega k_1$ の項は相対的に大きくなり、その効果は無視できない。次に、右辺第1項の $\left\{ 1 - \frac{\omega^2 k_3}{C^2} + \frac{i\omega k_2}{C^2} \right\}$ の各項の値を検討する。まず k_2 および k_3 の値を (2.2.27) および (2.2.29) より再度書くと、

$$k_2 = 4\mu/3\rho_0, \quad k_3 = R^2 C^2 \rho_l / 3P_0$$

である。それ故 $\{ \}$ 中の第3、第2項は

$$\frac{\omega k_2}{C^2} = \frac{\omega 4\mu}{3C^2 \rho_0} \quad (2.3.3)$$

$$\frac{\omega^2 k_3}{C^2} = \frac{\omega^2 R_0^2 \rho_l}{3P_0} \quad (2.3.4)$$

(2.3.3) および (2.3.4) 式の値を評価するために系の状態を参考文献(1)より次のように設定する。

系の圧力 $P_0 = 3.25 \times 10^5$ (Pa)

気泡半径 $R_0 = 2.72 \times 10^{-3}$ (m)

液相密度 $\rho_l = 1000$ (kg/m³)

音速 $C = 47.6$ (m/sec)

粘性係数 $\mu = 10^{-3}$ (kg/m·s)

周波数 $\omega = 100$ (Hz)

ここで気泡半径 R_0 についてはプール中に残留しうる安定な最大半径を考えることにし、これを次式により求め使用した⁽⁸⁾。

$$R_0 \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_l}} \quad (2.3.5)$$

ここで σ は表面張力で 7.39×10^{-3} (kg/m) である。又音速については、プール中の気泡の量により左右される。2相状態にある系の音速は (2.2.18) により示される。これに $C_g = 375$ m/sec, $C_l = 1500$ m/sec を代入し x について最も小さい C の値を求めると約 47.6 m/sec となる。従ってこの値を用いて得られた (2.3.3) 式の値は、上限を与えるといえる。又周波数については測定の上限をとった。

以上の値を用いた (2.3.3), (2.3.4) 式の値は次のようになる。

$$\frac{\omega k_2}{C^2} = 7.6 \times 10^{-5} \quad (2.3.6)$$

$$\frac{\omega^2 k_3}{C^2} = 5.88 \times 10^{-8}$$

(2.3.6) 式より $\frac{\omega k_2}{C^2}$ および $\frac{\omega^2 k_3}{C^2}$ のいずれも 1 に比し非常に小さい。それ故に | | 内の第 2, 第 3 項は無視することができる。 k_1 を含んだ項の数値的検討は、“その(2)”の実験解析の稿で述べる。

結果として以下の解析の対象となる式は

$$\nabla^2 P_\omega + \frac{(\omega^2 - i\omega k_1)}{C^2} P_\omega = F_\omega(r) \quad (2.3.7)$$

(2) 境界条件

(2.2.33) 式に対応し、(2.3.7) に対する境界条件は

$$r=r_1 \text{ において } \frac{\partial P_\omega}{\partial r} = 0$$

$$\phi = 0, \phi = \phi_1 \text{ において } \frac{\partial P_\omega}{\partial \phi} = 0 \quad (2.3.8)$$

$$z = 0 \text{ において } \frac{\partial P_\omega}{\partial z} = 0$$

$$z = z_1 \text{ において } P = 0$$

となる。ただし $r = r_2$ の可動壁に対する境界条件は、

$$\frac{\partial P_\omega}{\partial r} = P_\omega \omega^2 W_\omega(\phi, z) \quad (2.3.9)$$

ここで $W_\omega(\phi, z)$ は圧力 P_ω によって生じた周波数領域における可動壁の変位である。 $W_\omega(\phi, z)$ の決定は、可動壁の特性を知らねばならない。ここでは参考文献(4)に従って次のように表わすことにする。

$$W_\omega(\phi, z) = \sum_q \left\{ \frac{Q_q(\phi, z)}{M_q(\omega_q^2 - \omega^2 + i\eta_q \omega^2)} \iint_A P_\omega(\phi', z') Q_q(\phi', z') dA \right. \quad (2.3.10)$$

ここで Q_q は壁の q 番目の振動モード ω_q は固有振動数、 η_q は減衰因子である。同文献に従い

$$Q_q(\phi, z) = \sin(qj\phi) \sin\left(\frac{k\pi z}{2z_1}\right) \quad (2.3.11)$$

(j, k は係数)

であらわされる。

又 M_q は質量であるが、通常一般化質量と呼ばれ、ここでは水による付加質量 (additional mass) を壁の質量に加え次のように求める。

$$M_q = \iint_A Q_q(\phi, z) dm \quad (2.3.12)$$

ここで m は付加質量を考慮した壁面の単位面積あたりの質量である⁽⁹⁾。

3. 結 論

本論文によりわずかな非凝縮性ガスを含む水中における圧力波伝播を支配する方程式を定式化し、圧力減衰をもたらす機構を検討した。この過程で次の点が明らかになった。

- ① 圧力を表わす方程式を (2.2.5) のように書くことが出来る。この時第2項、第3項は各々粘性および気泡の振動による減衰を表わすことが示された。
- ② 周波数領域における数値的検討から実際の計算に用いる式は、いわゆる thermal dumping の効果のみを考慮すれば良いことが明らかになった。

圧力波の水中伝播に関する一研究

ただし、この効果の検討には、蒸気クオリティー、熱伝達係数、気泡半径等不明なパラメーターがあり、これらのパラメーターの値の評価が実験解析に際して重要となる。

使用記号表

A	: 伝熱面積
C	: 2相音速
C_g	: 気相音速
C_l	: 液相音速
C_P	: 定圧比熱
e_g	: U_g/V_g
H	: 熱伝達係数
$k_1 \sim k_3$: 減衰係数
M	: 混合相質量
M_q	: 一般化質量
$m(t)$: 湧点の強さ
P	: プール圧力
P_V	: ベント管内圧力
P_D	: " 外側圧力
P^*	: " 入口圧力
Q_q	: q 番目の壁の振動モード
R	: 気体定数
R_0	: ベント管出口の蒸気泡半径
r	: プール中半径方向座標
r_0	: 非凝性ガス半径
T	: 温度
t	: 時間
U_g	: 非凝縮性ガスの内部エネルギー
u	: 流速
\mathbf{u}	: 流速ベクトル
V_g	: 非凝縮性ガス体積
v	: 比体積
W	: 壁の変位
x	: 蒸気クオリティーあるいはベント管内座標

圧力波の水中伝播に関する一研究

z : プール内上下方向座標

ギリシャ文字

β : 非凝縮性ガスの圧縮率
 κ : 比熱比
 μ : 粘性係数
 ρ : 2相密度
 ρ_g : 気相密度
 ρ_l : 液相密度
 ρ_w : 壁密度
 σ : 表面張力
 τ : 応力マトリックス
 ϕ : 周方向角度
 ω : 周波数

参考文献

- (1) Kukita, K., et al., "Full-scale Mark II CRT program: test data report Nos. 1-12, JAERI 8598, 8761, 8762, 8763, 8764, 8765, 8887, 8961, 9403, 9404, 9405 (1979~1981)
- (2) Utamura, M., et al., "Numerical analysis on pressure propagation in pressure suppression system due to steam bubble collapse" J. of Nucl. Sci. Technol., 21, pp. 279~287 (1984)
- (3) Arinobu, M., et al., "Evaluation of dynamic loads induced by chugging" J. of Nucl. Sci. Technol. 19, pp. 881~888 (1984)
- (4) Namatame, K., et al., "Analytical method for solving fluid-structure interaction in BWR pressure suppression pool" Nucl. Eng. and Design. 75, pp. 5~11 (1982)
- (5) 宇多村元昭『沸騰水型原子炉格納容器圧力抑制系における動的圧力の発生とその伝播に関する研究』東京大学博士論文 (1986)
- (6) Lighthill, J., *Wave in fluid*, Cambridge Univ. Press (1978)
- (7) Moody F.J., "Thermal damping effect in fluid-structure interaction" ASME PVP conference June, 1982
- (8) Wijngaarden, L.V., "On the equation of motion for mixture of liquid and gas bubble" J. of Fluid Mechanics 33 (1968)
- (9) Kakeuchi, K., "Evaluation of incompressible hydrodynamic mass methods in reactor application; Interactive fluid-structure dynamic problem in power engineering" PVP-Vol. 46 (1981)